

It does pay to diversify

T. Berrada S. Coupy

Geneva Finance Research Institute (GFRI)
University of Geneva

Swiss Finance Institute

Risk-based portfolio construction
Septembre 2013

Approche moyenne-variance

Théorie

- Etant donné

espérance de rendement : μ
matrice de covariance : Σ

- Sharpe ratio optimal obtenu par

$$\pi_t = \frac{\Sigma^{-1}\mu}{\mathbf{1}^\top \Sigma^{-1}\mu}$$

Pratique

- Comment obtenir μ et Σ ?
- Comment inverser Σ ?

Approche moyenne-variance

“La différence entre la théorie et la pratique, c’est qu’en théorie il n’y a pas de différence entre la théorie et la pratique, mais qu’en pratique, il y en a une.”

Jan Van de Sneptscheut

Estimation

- $T < N$: Nb d’observation inférieur au Nb de titres
⇒ matrice de covariance (sample) singulière
- Echantillon non balancé
- Données insuffisantes pour une estimation raisonnable de μ

Stabilité

- Faibles variations sur Σ ⇒ importants changements sur π_t
- Turnover trop important ⇒ frais de transactions ↑

Risk-based portfolio construction

- Problèmes d'estimation tellement importants sur μ
⇒ mieux vaut n'utiliser que Σ

Sur-performance des Risk-based portfolio ?

- Gains importants sur le turnover (vs MV classique)
- Estimation de μ maximize les erreurs ⇒ variance ↑

Paradoxe

- Investir dans la prévision de μ et s'attendre à une performance inférieure ?...

Contribution

Méthodologique

- Modèle à facteurs \Rightarrow estimation de μ plus stable
- Estimation basée sur [Gagliardini, Ossola et Scaillet \(2011\)](#)
[initialement développé pour l'analyse des primes de risques et l'évaluation des modèles conditionnels]
- Utilisation possible d'échantillons non-balancés
 \Rightarrow toute l'information disponible

Résultats

- Portefeuille tangent stable et performant
- Implémentation possible sur grand échantillon
- Amélioration de l'estimation des rendements espérés

Méthodologie

Données

- CRSP/Compustat: rendements mensuels 1986-2011
- Plus de 20,000 titres: 1.5 million d'observations
- 489 titres à volume moyen supérieur à 10 millions

Modèle à facteurs

- 4-factor model: excess market return, smb, hml and momentum
- 3-factor model: excess market return, smb and hml
- 1-factor model: excess market return

Modèle

- Modèle à facteurs linéaire (non-strict)

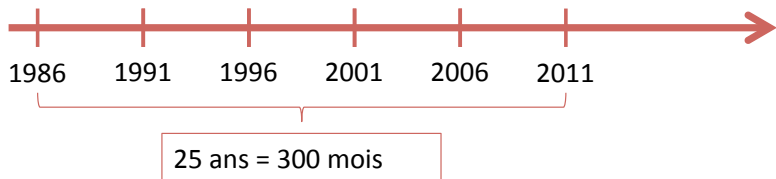
$$\begin{aligned}r_i &= \alpha_i + \beta_i' \mathbf{f} + \epsilon_i \\ &= \beta_i' \nu + \beta_i' \mathbf{f} + \epsilon_i\end{aligned}$$

- 2-pass regression: on obtient $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i$ puis $\hat{\nu}$
- Estimation précise de $E(r_i)$

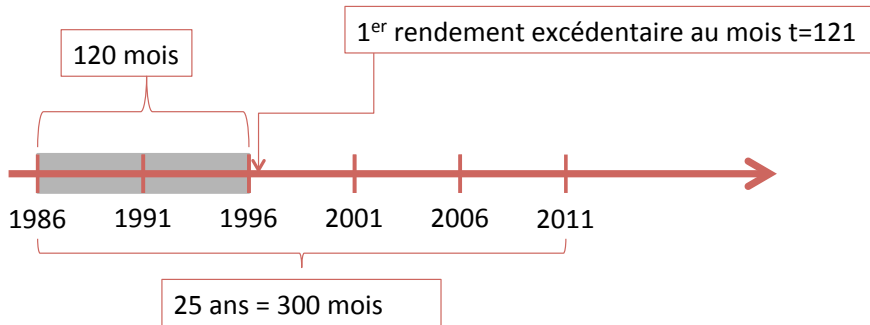
$$\begin{aligned}E(r_i) &= \beta_i' (\nu + E(f)) \\ &= \beta_i' \lambda\end{aligned}$$

- Construction directe de la matrice de précision (Σ^{-1})

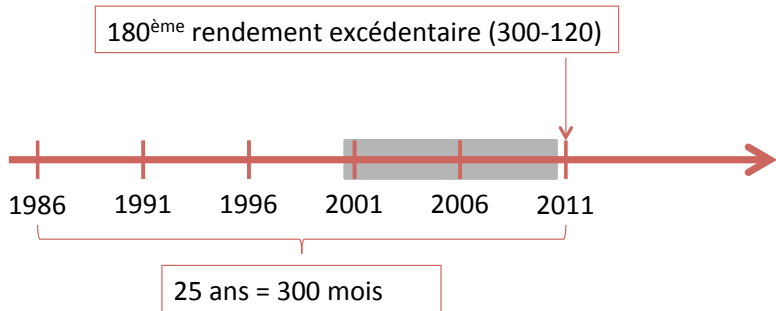
Méthodologie



Méthodologie



Méthodologie



Performance

Benchmark

- Modèles concurrents nécessitent un échantillon équilibré
- Meilleure alternative: 1/N

Mesures de performance

- Sharpe ratio: $SR_{pf} = \frac{\mu_{pf}}{\sigma_{pf}}$
- Equivalent certain (Risk/Return tradeoff)

$$CE_{pf} = \mu_{pf} - \frac{\gamma}{2} \sigma_{pf}^2$$

- Turnover
- Break even transaction costs level (C_{max}) relative to 1/N

Méthodologie

Portefeuilles de référence

- 1 Tangency portfolio [TP]
dépend de μ et Σ
- 2 Global minimum variance [MV]
dépend de Σ uniquement (Risk Based)
- 3 Minimum variance with target [MVO]
dépend de μ et Σ
objectif de rendement à 9 %

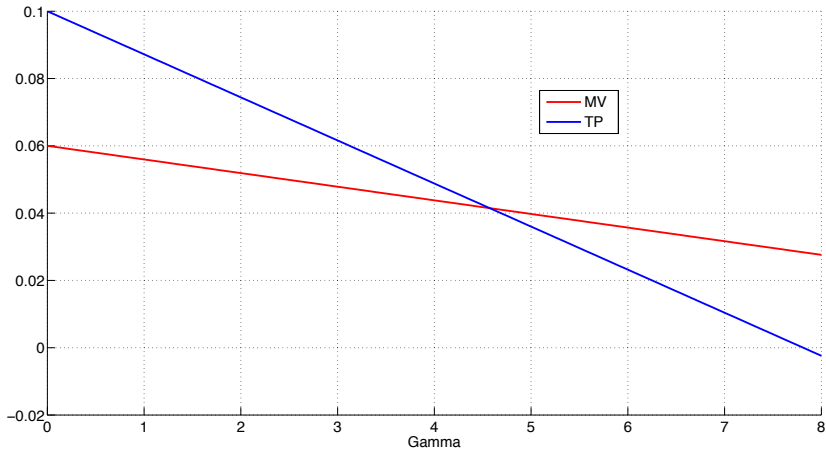
Résultats empiriques

Out-of-sample performance

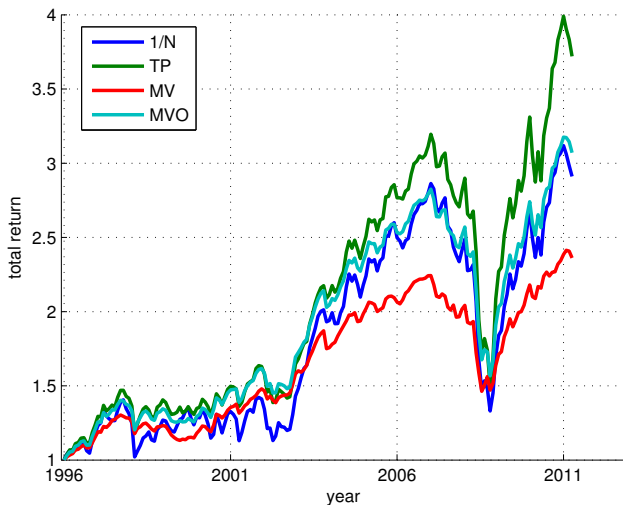
		μ	σ	S	τ	S_{at}	C_{max}
Benchmark							
	1/N	0.09	0.17	0.51	0.10	0.47	-
Factor models							
1-factor	TP	0.10	0.17	0.59	0.10	0.55	0.016
	MV	0.06	0.09	0.72	0.06	0.67	0.027
	MVO	0.11	0.19	0.57	0.14	0.53	0.011
3-factor	TP	0.10	0.16	0.62	0.12	0.57	0.017
	MV	0.06	0.09	0.70	0.07	0.65	0.023
	MVO	0.09	0.15	0.63	0.13	0.57	0.015
4-factor	TP	0.10	0.16	0.62	0.17	0.56	0.013
	MV	0.06	0.09	0.71	0.07	0.66	0.023
	MVO	0.08	0.12	0.69	0.11	0.64	0.020

Equivalent Certain - Risk/Return tradeoff

4-factor Model



Résultats empiriques

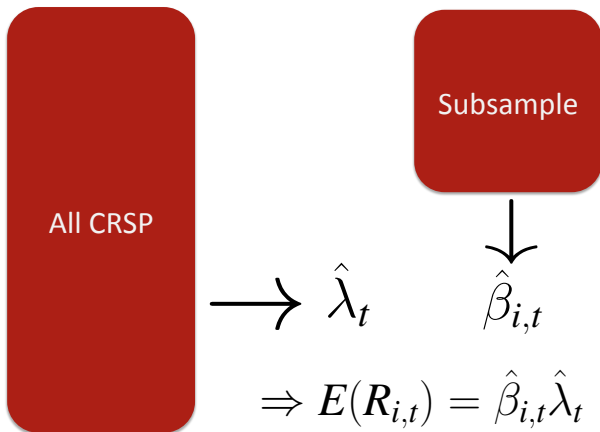


1-pass vs 2-pass estimation

Comparaison des méthodes d'estimation

		μ	σ	S	τ	S_{at}	C_{max}
Benchmark							
	1/N	0.09	0.17	0.51	0.10	0.47	-
Factor models, 1-pass							
1-factor	TP	0.03	0.21	0.15	0.61	-0.03	-
3-factor	TP	0.03	0.23	0.13	0.70	-0.05	-
4-factor	TP	0.10	0.23	0.13	0.70	-0.06	-
Factor models, 2-pass							
1-factor	TP	0.10	0.17	0.59	0.10	0.55	0.016
3-factor	TP	0.10	0.16	0.62	0.12	0.57	0.017
4-factor	TP	0.10	0.16	0.62	0.17	0.56	0.013

Primes de risque



Primes de risque

Titres sélectionnés en fonction du volume de transaction
(10 million, 489 titres)

		$S_{\lambda,vol}$	$S_{\lambda,CRSP}$	$T_{\lambda,vol}$	$T_{\lambda,CRSP}$
Factor models					
1-factor	TP	0.52	0.52	0.07	0.07
	MVO	0.58	0.60	0.17	0.17
3-factor	TP	0.48	0.54	0.12	0.13
	MVO	0.48	0.55	0.20	0.18
4-factor	TP	0.50	0.57	0.20	0.20
	MVO	0.51	0.59	0.15	0.16

Conclusion

Cette étude

- Approche MV traditionnelle: pas si mauvaise...
- Important d'utiliser **toute** l'information disponible

Risk Based Portfolio Construction

- Approche complémentaire à MV classique
- Objectifs possibles en terme de contribution au risque
- Risk parity = un objectif/profil possible

Individual stocks (2)

Out-of-sample performance of random size samples

		100s		500s		1000s		2000s	
		S	τ	S	τ	S	τ	S	τ
Benchmark									
	1/N	0.59	0.09	0.62	0.09	0.66	0.09	0.64	0.09
Factor models									
1-factor	TP	0.56	0.09	0.58	0.09	0.61	0.10	0.58	0.09
	MV	0.66	0.06	0.74	0.06	0.81	0.07	0.74	0.07
	MVO	0.55	0.28	0.58	0.14	0.62	0.14	0.57	0.14
3-factor	TP	0.59	0.44	0.65	0.12	0.69	0.12	0.68	0.11
	MV	0.64	0.07	0.71	0.07	0.79	0.08	0.72	0.07
	MVO	0.58	0.17	0.58	0.16	0.63	0.16	0.61	0.15
4-factor	TP	0.54	0.77	0.65	0.24	0.73	0.20	0.69	0.16
	MV	0.65	0.07	0.72	0.07	0.79	0.07	0.72	0.07
	MVO	0.63	0.16	0.65	0.14	0.73	0.16	0.69	0.15

Individual stocks (2)

Out-of-sample performance of 826 stocks
(stocks with 300 returns available)

	μ	σ	S	τ	S_{at}	CE	C_{max}
Benchmark							
1/N	0.11	0.16	0.72	0.07	0.70	0.052	-
Sample estimates							
TP	3.02	13.2	0.23	581.7	-2.41	-434.6	-2.41
MV	-0.90	4.83	-0.19	441.0	-5.66	-59.23	-5.66
MVO	0.09	5.52	0.02	431.9	-4.68	-75.99	-4.68

Individual stocks (2)

Out-of-sample performance of 826 stocks
(stocks with 300 returns available)

	μ	σ	S	τ	S_{at}	CE	C_{max}
Benchmark							
1/N	0.11	0.16	0.72	0.07	0.70	0.052	-
Sample estimates							
TP	3.02	13.2	0.23	581.7	-2.41	-434.6	-2.41
MV	-0.90	4.83	-0.19	441.0	-5.66	-59.23	-5.66
MVO	0.09	5.52	0.02	431.9	-4.68	-75.99	-4.68
Shrinkage methods							
BS	0.52	3.85	0.14	441.6	-6.74	-36.61	-0.001
LW	0.02	0.06	0.34	0.28	0.08	0.012	-0.007
Alternatives options							
VT	0.05	0.09	0.53	0.06	0.49	0.03	-0.020
RRT	0.06	0.11	0.55	0.18	0.44	0.03	-0.007

		μ	σ	S	τ	S_{it}	CE	C_{max}
Benchmark								
	1/N	0.11	0.16	0.72	0.07	0.70	0.052	-
Sample estimates								
	TP	3.02	13.2	0.23	581.7	-2.41	-434.6	-2.41
	MV	-0.90	4.83	-0.19	441.0	-5.66	-59.23	-5.66
	MVO	0.09	5.52	0.02	431.9	-4.68	-75.99	-4.68
Shrinkage methods								
	BS	0.52	3.85	0.14	441.6	-6.74	-36.61	-0.001
	LW	0.02	0.06	0.34	0.28	0.08	0.012	-0.007
Alternatives options								
	VT	0.05	0.09	0.53	0.06	0.49	0.03	-0.020
	RRT	0.06	0.11	0.55	0.18	0.44	0.03	-0.007
Factor models								
1-factor	TP	0.10	0.17	0.60	0.07	0.57	0.030	-0.020
	MV	0.06	0.09	0.66	0.10	0.59	0.039	-0.002
	MVO	0.14	0.22	0.61	0.14	0.57	0.011	-0.012
3-factor	TP	0.14	0.25	0.57	0.44	0.47	-0.013	-0.006
	MV	0.04	0.07	0.49	0.15	0.37	0.023	-0.008
	MVO	0.10	0.15	0.69	0.24	0.59	0.047	-0.001
4-factor	TP	0.09	0.17	0.55	0.58	0.34	0.023	-0.004
	MV	0.03	0.07	0.50	0.16	0.36	0.023	-0.007
	MVO	0.06	0.09	0.63	0.24	0.47	0.036	-0.002